



Продолжительность работы над заданием 1 час 15 минут. В каждой задаче среди ответов (A - E) только один верный. Объем и содержание задания не предполагают его полного выполнения. В задании допускаются вопросы, не входящие в программу обучения.

26 марта 2024 г.

9-10 класс

26. Оля гуляла в парке. Половину всего времени она шла со скоростью 2 км/ч. Половину всего расстояния она шла со скоростью 3 км/ч. Оставшееся время она шла со скоростью 4 км/ч. Какую часть всего времени она шла со скоростью 4 км/ч?

- (A)  $\frac{1}{14}$  (B)  $\frac{1}{12}$  (C)  $\frac{1}{7}$  (D)  $\frac{1}{5}$  (E)  $\frac{1}{4}$

27. Из целых чисел от 1 до 25 Али хочет удалить несколько и разделить оставшиеся числа на 2 группы так, что произведения чисел в каждой группе равны. Какое наименьшее количество чисел может удалить Али?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

28. Двадцать точек равномерно распределены на окружности. Дэвид рисует все возможные хорды, которые соединяют пары точек. Сколько из этих хорд длиннее, чем радиус круга, но короче его диаметра?

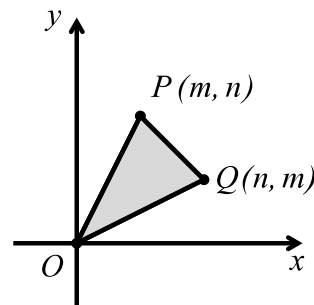
- (A) 90 (B) 100 (C) 120 (D) 140 (E) 160

29. На плоскости  $n$  различных прямых, обозначенных  $l_1 \dots l_n$ . Прямая  $l_1$  пересекает ровно 5 других прямых, прямая  $l_2$  пересекает ровно 9 других прямых, а прямая  $l_3$  пересекает ровно 11 других прямых. Какое из следующих чисел – наименьшая возможная величина  $n$ ?

- (A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

30. Предположим  $m$  и  $n$  это целые числа такие что  $0 < m < n$ . Пусть три точки заданы координатами:  $P(m, n)$ ,  $Q(n, m)$  и  $O(0, 0)$ . Для скольких пар чисел  $m$  и  $n$  площадь треугольника  $OPQ$  будет равна 2024?

- (A) 4 (B) 6 (C) 8  
(D) 10 (E) 12

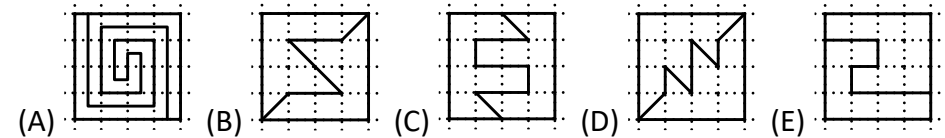


**Задания, оцениваемые в 3 балла**

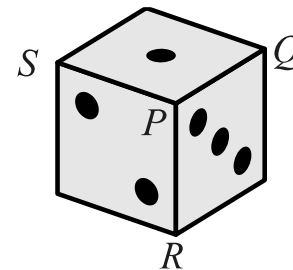
1. Чему равно выражение  $\frac{2 \times 0,24}{20 \times 2,4}$ ?

- (A) 0,01 (B) 0,1 (C) 1 (D) 10 (E) 100

2. Какой из квадратов делится на две части НЕодинаковой формы?



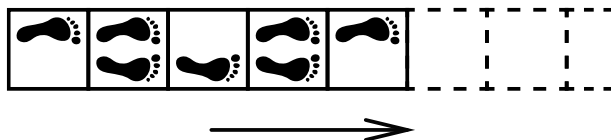
3. Число точек на противоположных сторонах кубика в сумме равно 7. Вершина  $P$  кубика образуется пересечением граней с 1, 2 и 3 точками на них. Сумма при вершине – это сумма точек на гранях, образующих при пересечении данную вершину. Сумма при вершине  $P$  равна  $1 + 2 + 3 = 6$ .



Чему равен максимум из сумм при вершинах  $Q$ ,  $R$  и  $S$ ?

- (A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 15

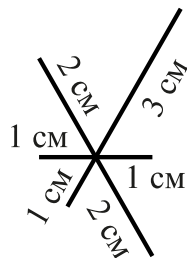
4. В игру «прыжки по следам» играют следующим образом: каждый игрок прыгает по клеткам, меняя ноги в соответствии с рисунками – левая – обе – правая – обе – левая – ..., и так далее, как показано на рисунке:



Майя начала прыгать с левой ноги и, играя в игру, наступила ровно на 48 клеток. Сколько всего раз она наступила на клетку левой ногой?

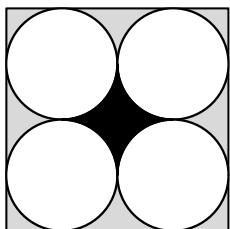
- (A) 12      (B) 24      (C) 36      (D) 40      (E) 48

5. Тим хочет нарисовать фигуру, изображенную на рисунке, не отрывая карандаш от бумаги. На рисунке указаны длины отрезков, из которых состоит фигура. Тим может начать рисовать с любой точки. Какое кратчайшее расстояние он может нарисовать, чтобы завершить фигуру?



- (A) 14 см      (B) 15 см      (C) 16 см  
(D) 17 см      (E) 18 см

6. На рисунке изображён квадрат с четырьмя кругами одинаковой площади, причем каждый круг касается двух сторон квадрата и двух других кругов.



Каково соотношение площадей черной и серой частей фигуры?

- (A) 1 : 4      (B) 1 : 3      (C) 2 : 3      (D) 3 : 4      (E)  $\pi : 1$

### Задания, оцениваемые в 5 баллов

21. Разложение на простые множители числа  $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$  имеет следующий вид:

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13^4 \cdot 17 \cdot \dots \cdot 43 \cdot 47$$

Простые числа записаны в порядке возрастания. Некоторые числа и некоторые степени залиты чернилами. Какова степень числа 17?

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4      (E) 5

22. Карл через день говорит только правду или только лжёт. Однажды он сделал ровно четыре из следующих пяти утверждений. Какое из них Карл не мог сделать в этот день?

- (A) Я лгал вчера и буду лгать завтра.  
(B) Я говорю правду сегодня и буду говорить правду завтра.  
(C) 2024 делится на 11.  
(D) Вчера была среда.  
(E) Завтра будет суббота.

23. Сумма цифр числа  $N$  в три раза больше суммы цифр числа  $N + 1$ . Чему равна наименьшая возможная сумма цифр числа  $N$ ?

- (A) 9      (B) 12      (C) 15      (D) 18      (E) 27

24. У Джил есть чёрные, серые и белые единичные кубы. Она использует 27 из них, чтобы построить куб размером  $3 \times 3 \times 3$ . Она хочет, чтобы поверхность была ровно на треть чёрной, на треть серой и на треть белой. Наименьшее возможное число чёрных кубов, которое она может использовать, равно  $A$ , а наибольшее возможное число чёрных кубов, которое она может использовать, равно  $B$ . Чему равно  $B - A$ ?

- (A) 1      (B) 3      (C) 6      (D) 7      (E) 9

25. Анна бросила стандартный кубик 24 раза. Все числа от 1 до 6 выпали минимум один раз. Число 1 выпадало чаще, чем все остальные. Анна сложила все выпавшие числа. Получившаяся сумма была самой большой из возможных. Какая сумма у неё получилась?

- (A) 83      (B) 84      (C) 89      (D) 90      (E) 100

17. На столе четыре вазы с конфетами.

Число конфет в первой вазе равно числу ваз, в которых по одной конфете.  
 Число конфет во второй вазе равно числу ваз, в которых по две конфеты.  
 Число конфет в третьей вазе равно числу ваз, в которых три конфеты.  
 Число конфет в четвертой вазе равно числу ваз, в которых ни одной конфеты.

Сколько всего конфет во всех этих вазах вместе?

- (A) 2            (B) 3            (C) 4            (D) 5            (E) 6

18. У Филиппа  $n^3$  ( $n > 2$ ) одинаковых маленьких кубов. Он использовал их, чтобы сделать большой куб, а затем покрасил все его грани. Число маленьких кубов, у которых покрашена только одна грань, равно числу тех, у которых не покрашена ни одна грань. Чему равно число  $n$ ?

- (A) 4            (B) 6            (C) 7            (D) 8            (E) 10

19. У Кристины несколько карт, пронумерованных от 1 до 12. Она кладёт восемь из них в вершинах восьмиугольника так, что сумма пары чисел на концах каждой стороны восьмиугольника кратна трём. Какие числа Кристина не использовала?

- (A) 1, 5, 9, 12            (B) 3, 5, 7, 9            (C) 1, 2, 11, 12  
 (D) 5, 6, 7, 8            (E) 3, 6, 9, 12

20. Отис сделал развертку, используя комбинацию квадратов и равносторонних треугольников, как показано на рисунке 1. Длина стороны каждого квадрата и каждого треугольника равна 1 см. Отис свернул развертку в объемную фигуру, изображенную на рисунке 2.

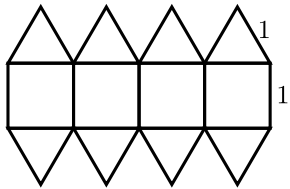


рис. 1

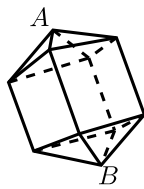
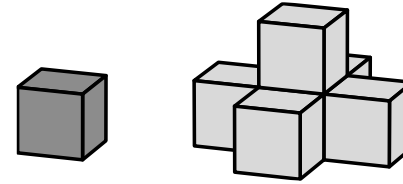


рис. 2

Чему равно расстояние между точками  $A$  и  $B$ ?

- (A)  $\sqrt{5}$  см            (B)  $(1 + \sqrt{2})$  см            (C)  $\frac{5}{2}$  см  
 (D)  $(1 + \sqrt{3})$  см            (E)  $2\sqrt{2}$  см

7. Джон складывает на столе последовательность фигур, начиная с одного куба. Вторую фигуру он собирает, снова взяв куб и закрыв каждую из его видимых граней пятью кубами, как показано на рисунке:



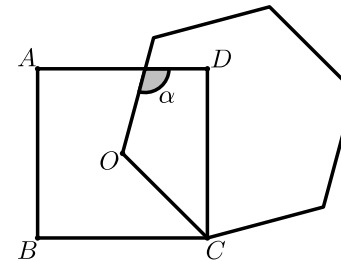
Какое наименьшее число кубов ему понадобится добавить ко второй фигуре, чтобы закрыть все ее видимые грани?

- (A) 8            (B) 9            (C) 10            (D) 13            (E) 19

8. Трехзначный палиндром — это число в форме  $'aba'$ , где цифры  $a$  и  $b$  могут быть или одинаковыми, или разными. Чему равна сумма цифр самого большого трехзначного палиндрома кратного 6?

- (A) 16            (B) 18            (C) 20            (D) 21            (E) 24

9. Мартин рисует квадрат с вершинами  $A, B, C, D$  и правильный шестиугольник со стороной  $OC$ , где  $O$  — центр квадрата.



Чему равна величина угла  $\alpha$ ?

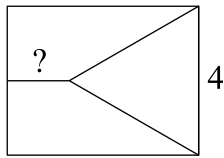
- (A)  $105^\circ$             (B)  $110^\circ$             (C)  $115^\circ$             (D)  $120^\circ$             (E)  $125^\circ$

10. Фермер огораживает прямоугольное поле 40-метровой оградой. Все стороны поля это простые числа. Чему равна максимально возможная площадь поля?

- (A)  $99 \text{ м}^2$             (B)  $96 \text{ м}^2$             (C)  $91 \text{ м}^2$             (D)  $84 \text{ м}^2$             (E)  $51 \text{ м}^2$

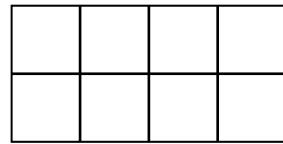
**Задания, оцениваемые в 4 балла**

11. Прямоугольник разделен на три равновеликих (с равной площадью) фигуры, как показано на чертеже. Одна из фигур – равносторонний треугольник с длиной стороны 4 см, а две других – трапеции. Чему равна длина меньшего основания трапеций?



- (A)  $\sqrt{2}$  см (B)  $\sqrt{3}$  см (C)  $2\sqrt{2}$  см (D) 3 см (E)  $2\sqrt{3}$  см

12. Елена расставляет буквы А, В, С и D в таблице 2 x 4, изображенной на рисунке справа. В каждую ячейку она помещает по одной букве так, чтобы в каждом ряду и в каждом квадрате 2 x 2 каждая из четырёх букв появлялась лишь один раз. Сколькими способами она может это сделать?



- (A) 12 (B) 24 (C) 48 (D) 96 (E) 198

13. Санжар вырезает три круга из трёх кусков картона разного цвета. Он кладет их один поверх другого, как показано на рисунке 1. Затем он сдвигает круги так, что все три круга касаются друг друга, как показано на рисунке 2.

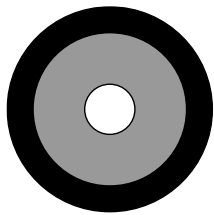


рис. 1

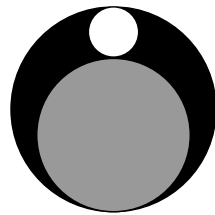


рис. 2

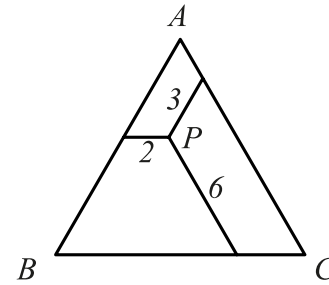
На рисунке 1 площадь видимой части черного круга в 7 раз больше площади белого круга. Чему равно соотношение площадей видимых частей черного круга на двух рисунках?

- (A) 3 : 1 (B) 4 : 3 (C) 6 : 5 (D) 7 : 6 (E) 9 : 7

14. Дочь Мари сегодня родила дочку. Через два года произведение возрастов Мари, её дочери и её внучки будет равно 2024. Возраст Мари и её дочери – чётные числа. Сколько лет Мари сейчас?

- (A) 42 (B) 44 (C) 46 (D) 48 (E) 50

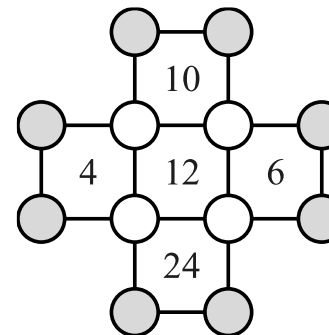
15. Внутри равностороннего треугольника выбрана точка P. Из точки P проведены три параллельных сторонам отрезка, как показано на рисунке:



Длины отрезков 2 м, 3 м и 6 м. Чему равен периметр треугольника?

- (A) 22 м (B) 26 м (C) 33 м (D) 39 м (E) 44 м

16. В каждом из двенадцати кругов на рисунке записано число. Число в каждом квадрате показывает произведение всех чисел, записанных в вершинах этого квадрата.



Чему равно произведение чисел, записанных в восьми серых кругах?

- (A) 20 (B) 40 (C) 80 (D) 120 (E) 480